Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
«Национальный исследовательский университет ИТМО»

Факультет программной инженерии и компьютерной техники  
  
Направление подготовки 09.03.04 «Программная инженерия» – Системное и прикладное программное обеспечение

**Лабораторная работа**

**Синтез помехоустойчивого кода**

**Вариант: 85**

Выполнил:  
Васильев Артём Евгеньевич  
Группа: 3119

Преподаватель:  
Рыбаков Степан Дмитриевич

Преподаватель-практик

факультета ПИиКТ

Санкт-Петербург, 2023 г.

**Оглавление**

[Задание 3](#_Toc17840)

[Основные этапы вычисления 4](#_Toc29589)

[Задание 1 4](#_Toc15606)

[Задание 2 4](#_Toc14164)

[Задание 3 5](#_Toc5546)

[Сообщение 1 6](#_Toc24453)

[Сообщение 2 6](#_Toc11217)

[Сообщение 3 7](#_Toc2)

[Сообщение 4 7](#_Toc29725)

[Задание 4 9](#_Toc12789)

[Задание 5 9](#_Toc9573)

[Задание 6 9](#_Toc4572)

[Задание 7 10](#_Toc20237)

[Задание 8 10](#_Toc19179)

[Заключение 12](#_Toc19311)

[Список использованных источников 13](#_Toc570)

# Задание

1) На основании номера варианта задания выбрать набор из 4 полученных сообщений в виде

последовательности 7-символьного кода.

2) Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (7;4), которую представить

в отчёте в виде изображения.

3) Показать, исходя из выбранных вариантов сообщений (по 4 у каждого – часть №1 в

варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие.

**Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.

4) На основании номера варианта задания выбрать 1 полученное сообщение в виде

последовательности 11-символьного кода.

5) Построить схему декодирования классического кода Хэмминга (15;11), которую

представить в отчёте в виде изображения.

6) Показать, исходя из выбранного варианта сообщений (по 1 у каждого – часть №2 в

варианте), имеются ли в принятом сообщении ошибки, и если имеются, то какие.

**Подробно прокомментировать** и записать правильное сообщение.

7) Сложить номера всех 5 вариантов заданий. **Умножить полученное число на 4**. Принять

данное число как число информационных разрядов в передаваемом сообщении. Вычислить

для данного числа минимальное число проверочных разрядов и коэффициент

избыточности.

8) Дополнительное задание №1 (позволяет набрать от 86 до 100 процентов от максимального

числа баллов БаРС за данную лабораторную). Написать программу на любом языке

программирования, которая на вход получает набор из 7 цифр «0» и «1», записанных

подряд, анализирует это сообщение на основе классического кода Хэмминга (7,4), а затем

выдает правильное сообщение (только информационные биты) и указывает бит с ошибкой

при его наличии.

# Основные этапы вычисления

## Задание 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** |
| r1 | r2 | i1 | r3 | i2 | i3 | i4 |
| **1.** | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| **2.** | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| **3.** | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| **4.** | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |

## Задание 2

Diagram

Description automatically generated

Рисунок 1

## Задание 3

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *Синдром S (S1, S2, S3 )* | **000** | **001** | **010** | **011** | **100** | **101** | **110** | **111** |
| *Конфигурация ошибок (позиция в сообщении)* | НЕТ | 0001000 | 0100000 | 0000010 | 1000000 | 0000100 | 0010000 | 0000001 |
| *Ошибка в символе* | НЕТ | r3 | r2 | i3 | r1 | i2 | i1 | i4 |

Построим таблицу Хэмминга:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  |
| 2X | r1 | r2 | i1 | r3 | i2 | i3 | i4 | S |
| 1 | X |  | X |  | X |  | X | S1 |
| 2 |  | X | X |  |  | X | X | S2 |
| 4 |  |  |  | X | X | X | X | S3 |

Таблица 2

Таблица 3

Из данных в таблице 3 можно понять:

Какие информационные биты (i) контролируют проверочные биты (r):

r1 = i1 ⊕ i2 ⊕ i4;

r2 = i1 ⊕ i3 ⊕ i4;

r3 = i2 ⊕ i3 ⊕ i4.

Синдромы (наборы контрольных сумм информационных и проверочных разрядов) для таблицы Хэмминга:

S1 = r1 ⊕ i1 ⊕ i2 ⊕ i4;

S2 = r2 ⊕ i1 ⊕ i3 ⊕ i4;

S3 = r3 ⊕ i2 ⊕ i3 ⊕ i4.

Теперь мы можем определить, есть ли ошибки в принятых сообщениях.

### Сообщение 1

1110100

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  |
| **Сообщение** | **1** | **1** | **1** | **0** | **1** | **0** | **0** |
| 2k | *r1* | *r2* | *i1* | *r3* | *i2* | *i3* | *i4* | S |
| 1 | X |  | X |  | X |  | X | S1 |
| 2 |  | X | X |  |  | X | X | S2 |
| 4 |  |  |  | X | X | X | X | S3 |

Таблица 4

Найдём синдромы для сообщения:

S1 = r1 ⊕ i1 ⊕ i2 ⊕ i4 = 1⊕1⊕1⊕0 = 1

S2 = r2 ⊕ i1 ⊕ i3 ⊕ i4 = 1⊕1⊕0⊕0 = 0

S3 = r3 ⊕ i2 ⊕ i3 ⊕ i4 = 0⊕1⊕0⊕0 = 1

S1S2S3 = 101

Согласно таблице, ошибка в символе i2

Конвертируем i2.

Верное сообщение: 1110000

### Сообщение 2

1011000

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  |
| **Сообщение** | **1** | **0** | **1** | **1** | **0** | **0** | **0** |
| 2k | *r1* | *r2* | *i1* | *r3* | *i2* | *i3* | *i4* | S |
| 1 | X |  | X |  | X |  | X | S1 |
| 2 |  | X | X |  |  | X | X | S2 |
| 4 |  |  |  | X | X | X | X | S3 |

Таблица 5

Найдём синдромы для сообщения:

S1 = r1 ⊕ i1 ⊕ i2 ⊕ i4 = 1⊕1⊕0⊕0 = 0

S2 = r2 ⊕ i1 ⊕ i3 ⊕ i4 = 0⊕1⊕0⊕0 = 1

S3 = r3 ⊕ i2 ⊕ i3 ⊕ i4 = 1⊕0⊕0⊕0 = 1

S1S2S3 = 011

Согласно таблице, ошибка в символе i3

Конвертируем i3.

Верное сообщение: 1011010

### Сообщение 3

1110010

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  |
| **Сообщение** | **1** | **1** | **1** | **0** | **0** | **1** | **0** |
| 2k | *r1* | *r2* | *i1* | *r3* | *i2* | *i3* | *i4* | S |
| 1 | X |  | X |  | X |  | X | S1 |
| 2 |  | X | X |  |  | X | X | S2 |
| 4 |  |  |  | X | X | X | X | S3 |

Таблица 6

Найдём синдромы для сообщения:

S1 = r1 ⊕ i1 ⊕ i2 ⊕ i4 = 1⊕1⊕0⊕0 = 0

S2 = r2 ⊕ i1 ⊕ i3 ⊕ i4 = 1⊕1⊕1⊕0 = 1

S3 = r3 ⊕ i2 ⊕ i3 ⊕ i4 = 0⊕0⊕1⊕0 = 1

S1S2S3 = 011

Согласно таблице, ошибка в символе i3

Конвертируем i3.

Верное сообщение: 1110000

### Сообщение 4

1000001

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  |
| **Сообщение** | **1** | **0** | **0** | **0** | **0** | **0** | **1** |
| 2k | *r1* | *r2* | *i1* | *r3* | *i2* | *i3* | *i4* | S |
| 1 | X |  | X |  | X |  | X | S1 |
| 2 |  | X | X |  |  | X | X | S2 |
| 4 |  |  |  | X | X | X | X | S3 |

Таблица 7

Найдём синдромы для сообщения:

S1 = r1 ⊕ i1 ⊕ i2 ⊕ i4 = 1⊕0⊕0⊕1 = 0

S2 = r2 ⊕ i1 ⊕ i3 ⊕ i4 = 1⊕1⊕1⊕0 = 1

S3 = r3 ⊕ i2 ⊕ i3 ⊕ i4 = 0⊕0⊕1⊕0 = 1

S1S2S3 = 011

Согласно таблице, ошибка в символе i3

Конвертируем i3.

Верное сообщение: 1000011

## Задание 4

Выбранное сообщение в виде последовательности 11-символьного кода: 001010101000101

## Задание 5

Table

Description automatically generated with medium confidence

Рисунок 2

## Задание 6

Составим таблицу:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |  |
| **Сообщение** | **0** | **0** | **1** | **0** | **1** | **0** | **1** | **0** | **1** | **0** | **0** | **0** | **1** | **0** | **1** |
| 2k | *r1* | *r2* | *i1* | *r3* | *i2* | *i3* | *i4* | *r4* | *i5* | *i6* | *i7* | *i8* | *i9* | *i10* | *i11* | S |
| 1 | X |  | X |  | X |  | X |  | X |  | X |  | X |  | X | S1 |
| 2 |  | X | X |  |  | X | X |  |  | X | X |  |  | X | X | S2 |
| 4 |  |  |  | X | X | X | X |  |  |  |  | X | X | X | X | S3 |
| 5 |  |  |  |  |  |  |  | X | X | X | X | X | X | X | X | S4 |

Таблица 8

Найдём синдромы для сообщения:

S1 = r1 ⊕ i1 ⊕ i2 ⊕ i4 ⊕ i5 ⊕ i7 ⊕ i9 ⊕ i11 = 0⊕1⊕1⊕1⊕1⊕0⊕1⊕1 = 0

S2 = r2 ⊕ i1 ⊕ i3 ⊕ i4 ⊕ i6 ⊕ i7 ⊕ i10 ⊕ i11 = 0⊕1⊕0⊕1⊕0⊕0⊕0⊕1 = 1

S3 = r3 ⊕ i2 ⊕ i3 ⊕ i4 ⊕ i­8 ⊕ i9 ⊕ i10 ⊕ i11 = 0⊕1⊕0⊕1⊕0⊕1⊕0⊕1 = 0

S4 = r4 ⊕ i5 ⊕ i6 ⊕ i7 ⊕ i8 ⊕ i9 ⊕ i10 ⊕ i11 = 0⊕1⊕0⊕0⊕0⊕1⊕0⊕1 = 1

S1S2S3S4 = 0101

Согласно таблице 3, ошибка заключается в информационном бите i6. Конвертируем i6.

Верное сообщение: 001010101100101

## Задание 7

Произведение суммы номеров всех 5 заданий:

(69 + 11 + 41 + 22 + 84) \* 4 = 908

Число информационных разрядов = 908

Вычислим минимальное число проверочных разрядов по формуле:

2r ≥ *r* + *i* + 1

2r ≥ *r* + 908 + 1

2r ≥ *r* + 909

Определим минимальное число проверочных разрядов методом подбора:

|  |  |
| --- | --- |
| **Значение r** | **2r  >= r + 1037** |
| 1 | 2 >= 910 (ложь) |
| … | … |
| 9 | 512 >= 918 (ложь) |
| 10 | 1024 >= 919 (истина) |
| … | … |

Таблица 9

Минимальное число проверочных разрядов равно 10.

Найдём коэффициент избыточности по формуле:

КИ = r / (i + r)

Соответственно, КИ = 10 / (10 + 909) = 10 / 919 ≈ 0,0108814.

## Задание 8

Код на Python

while True:  
 n = input("Введите набор из 7 цифр 0 и 1: ")  
 if len(n) == 7 and n.isdigit() and n.replace("1", "").replace("0", "") == "":  
 break  
 elif not n.isdigit():  
 print("Это не число")  
 elif len(n) != 7:  
 print("Набор не из 7 цифр")  
 else:  
 print("Набор должен состоять только из 0 и 1")  
  
l = []  
for i in n:  
 l.append(int(i))  
  
d = {  
 "000": ["Всё верно", None],  
 "001": ["r3", 3],  
 "010": ["r2", 1],  
 "011": ["i3", 5],  
 "100": ["r1", 0],  
 "101": ["i2", 4],  
 "110": ["i1", 2],  
 "111": ["i4", 6]  
 }  
  
s1 = l[0] ^ l[2] ^ l[4] ^ l[6]  
s2 = l[1] ^ l[2] ^ l[5] ^ l[6]  
s3 = l[3] ^ l[4] ^ l[5] ^ l[6]  
  
if f"{s1}{s2}{s3}" != "000":  
 l[d[f"{s1}{s2}{s3}"][1]] = int(not bool(l[d[f"{s1}{s2}{s3}"][1]]))  
 print(f'Ошибка в бите {d[f"{s1}{s2}{s3}"][0]}')  
 print(f'Только информационные биты: {"".join([str(i) for i in l])[2]}{"".join([str(i) for i in l])[4::]}')  
 print(f'Верное сообщение: {"".join([str(i) for i in l])}')  
else:  
 print(d[f"{s1}{s2}{s3}"])  
 print(f'Только информационные биты: {"".join([str(i) for i in l])[2]}{"".join([str(i) for i in l])[4::]}')  
 print(f'Сообщение: {"".join([str(i) for i in l])}')

Результат работы программы:

Введите набор из 7 цифр 0 и 1: 1110100

Ошибка в бите i2

Только информационные биты: 1000

Верное сообщение: 1110000

# Заключение

В ходе выполнения лабораторной работы я изучил код Хэмминга. Научился работать с таблицами Хэмминга, находить ошибки в сообщениях, вычислять синдромы последовательности, минимальное число проверочных разрядов и коэффициент избыточности.

# Список использованных источников

1. **Балакшин П.В. Соснин В.В., Машина Е.А.** – СПб: Университет ИТМО, 2020 //

Информатика. Методическое пособие "Информатика". Раздел 2 "Системы

счисления" – https://vk.com/doc-31201840\_566998093

2. **[tltshnik](https://habr.com/ru/users/tltshnik/)** – Код Хэмминга. Пример работы алгоритма -

https://habr.com/ru/articles/140611/